طرح نمونه‌گیری فضایی متعادل برای پیش‌گویی میدان تصادفی

رامین خاورزاده، محسن محمدزاده

گروه آمار، دانشگاه تربیت مدرس

چکیده: در مطالعات محیطی گاهی با داده‌هایی وابسته سروکار داریم که همبستگی آن‌ها ناشی از موقعیت قرارگیری در یک فضای معین است. در بررسی‌های نمونه‌ای فرض بر آن است که اعضای نمونه، از جامعه‌ای با واحدهای مستقل گرفته شده است. این فرض در تمامی مراحل نمونه‌گیری تحلیل و مدل‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرد. اما وقتی اعضای جامعه مورد مطالعه به نوعی وابسته باشند، تمامی مراحل آماری و حتی روش‌های نمونه‌گیری نیازمند بازنگری و لحاظ کردن ساختار همبستگی داده‌ها خواهند بود. از طرفی در نمونه‌گیری کلاسیک برای نمونه‌گیری از یک متغیر، چنانچه متغیر کمکی وجود داشته باشند، برای ارتقا کیفیت طرح نمونه‌گیری می‌توان از نمونه‌گیری متعادل استفاده کرد. در این مقاله نمونه‌گیری فضایی متعادل معرفی می‌شود که در آن از مولفه‌های موقعیت‌های فضایی به عنوان متغیرهای کمکی استفاده شده است. سپس نشان داده می‌شود کریگیدن بر اساس نمونه متعادل نسبت به روش‌های دیگر نمونه‌گیری متحمل خطای کمتری در پیش‌گویی فضایی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: نمونه‌گیری فضای ، نمونه‌گیری متعادل ، نمونه‌گیری فضایی بهینه، روش مکعب

۱ مقدمه

بر خلاف روش‌های معمول آمار که برای تحلیل و نمونه‌گیری از فرض استقلال مشاهدات استفاده می‌شود، در آمار فضایی، داده‌هایی مورد تحلیل قرار می‌گیرند که همبسته بوده و این وابستگی ناشی از موقعیت قرارگیری آن‌ها در فضای مورد مطالعه است و همبستگی فضایی نامیده می‌شود. مدل‌بندی داده‌های فضایی به طور معمول توسط میدان تصادفی $\{Z(s); s \in D\}$ انجام می‌شود، که در آن مجموعه‌ی اندیس‌گذار D زیر مجموعه‌ای از فضای اقلیدسی d بعدی R^d، $d \geq ۱$ است.

فرض کنید موقعیت‌های فضایی اعضای جامعه مورد نظر به صورت $U = \{s_۱, \ldots, s_N\}$ نشان داده شوند و هدف پیش‌گویی مقدار میدان تصادفی در یک موقعیت دلخواه $s_۰$ با استفاده از مشاهدات بدست آمده در نقاط نمونه‌گیری $\{s_۱, \ldots, s_n\}$ باشد. از آنجا که محل قرارگیری اعضای نمونه انتخاب شده، بر عملکرد پیشگو کاملاً موثر است، انتخاب نمونه مناسب برای پیشگویی از اهداف نمونه‌گیری فضایی به حساب می‌آید.

طرح نمونه‌گیری برای بررسی‌های نمونه‌ای مستقل به طور جامع در متون آماری مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند. کوکران(۱۹۳۶)، سارندال و همکاران (۱۹۹۲)، تیله (۲۰۰۶) و ریموند چامبرز و رابرت کلارک (۲۰۱۲) شرح مبسوطی از مشخصه‌های طرح‌های نمونه‌گیری را ارائه کرده‌اند که شامل تعاریف روشنی از جامعه مورد مطالعه، واحدهای نمونه‌گیری، چارچوب نمونه‌گیری و چگونگی انتخاب نمونه است. طرح‌های مرتبط با پژوهش‌ها و سنجش‌های محیطی که در آن‌ها واحدهای جامعه لزوماً از یکدیگر مستقل نیستند، روش‌های نمونه‌گیری متداول را با چالش‌های جدیدی روبه‌رو کرده است. نمونه‌گیری از منابع محیطی به

سیستم‌های پیچیده‌ای نیاز دارد که در آن ممکن است با زمان یا مکان، حرکت یا تغییر کنند. به علاوه همواره ساختن چارچوب نمونه‌گیری قابل اعتماد، از جامعه هدف به سادگی میسر نیست. حتی ممکن است بر خلاف روش‌های نمونه‌گیری معمول، چارچوب مشخصی از واحدهای جامعه مورد نظر، قابل تعریف نبوده و تنها، واحدهای جامعه بر اساس مکان قرارگیری آن‌ها در محیط قابل تعریف باشند که در این صورت با توجه به وجود یک جامعه گسترده، تنها قادر به نمونه‌گیری بخش کوچکی از جامعه خواهیم بود. یکی از مهمترین مسائلی که در چنین جوامعی باید به آن توجه شود، مشابهت واحدهای نزدیکتر از لحاظ مکانی است. بنابراین لازم است مختصات موقعیت‌های فضایی واحدها در تحلیل نمونه‌ای لحاظ شود. از اینرو برای چنین جوامعی روش‌های جدیدی تحت عنوان روش‌های نمونه‌گیری فضایی معرفی شده است.

در اولین مطالعات انجام شده در زمینه نمونه‌گیری فضایی می‌توان به کار مک‌بارانتی و همکاران (۱۹۸۱) اشاره کرد. آن‌ها نشان دادند اگر هدف، پیش‌گویی و تعیین پهنه‌بندی فضایی متغیر مورد مطالعه با استفاده از کریگیدن[۱]، بدون در نظر گرفتن اثرات مرزی باشد به کمک مشبکه مثلثی از موقعیت‌های نمونه‌ای، واریانس خطای پیشگویی تحت فرض‌های مانایی و همسانگردی مینیمم می‌شود. در این میان طرح‌های نمونه‌گیری دیگری نیز با رویکرد طرح مبنا معرفی شده‌اند که بین آن‌ها می‌توان به طرح نمونه‌گیری موزون باطرد واحدهای مجاور (هدایت و همکاران، ۱۹۸۸) و روش دنباله‌ای واحدهای ناحیه‌ای وابسته (آرابیا، ۱۹۹۳) و طرح‌های طبقه‌ای موزاییک‌بندی تصادفی تعمیم‌یافته (اتیونز و السن، ۲۰۰۴) اشاره کرد. اما هر یک از این روش‌ها با محدودیت‌های مختلفی روبرو هستند. به عنوان مثال، روش نمونه‌گیری موزون باطرد واحدهای مجاور برای گرفتن نمونه از فضایی یک بعدی در نظر گرفته می‌شود. این روش تنها از قرار گرفتن واحدهای مجاور در نمونه ممانعت می‌کند. در روش دنباله‌ای واحدهای ناحیه‌ای وابسته، نمونه‌ها به صورت دو بعدی در نظر گرفته می‌شوند، اما از آنجایی که ناحیه‌های در نظر گرفته شده خصوصاً در قسمت‌های مرزی، تعداد واحدهای مجاور برابر با هم ندارند، در عمل محاسبات با مشکل مواجه می‌شوند. به‌علاوه در روش طرح‌های طبقه‌ای موزاییک‌بندی تصادفی تعمیم‌یافته که تعمیمی از دو روش، تحت عناوین "طرح نمونه‌گیری طبقه‌ای موزاییک‌بندی" و "طرح طبقه‌ای موزاییک‌بندی تصادفی" است، تنها الگویی برای انتخاب مکان اعضای نمونه معرفی شده است که دارای بیشترین پوشش در روی ناحیه مورد نظر باشند. بیشترین تمرکز مطالعات در نمونه‌گیری فضایی در سال‌های اخیر بر روی ساختارهای هندسی با هدف تولید یک مشبکه تصادفی و بهینه‌سازی نسبت به اندازه نمونه، واریانس و خودهمبستگی فضایی داده‌ها بوده است (دسراد و بارهن، ۲۰۰۵؛ صالحی، ۲۰۰۴). دیگرویجتر و همکاران (۲۰۰۶) و دوبی و همکاران (۲۰۰۸) روش‌های مختلف نمونه‌گیری کلاسیک را برای داده‌های فضایی مورد استفاده قرار دادند و نحوه انجام، مزیت‌ها و معایب این طرح‌ها را به تفصیل بیان کردند. به هر حال در روش‌های معرفی شده همچنان رویکرد نمونه‌گیری همان اصول روش‌های کلاسیک در نمونه‌گیری فضایی بوده است.

روش‌های مختلف نمونه‌گیری فضایی به منظور اهداف و مسائل گوناگون مطرح شده‌اند. بخشی از این اهداف می‌تواند همان اهداف نمونه‌گیری کلاسیک، یعنی برآورد پارامترهای جامعه هدف، مانند میانگین، مقدار کل یا نسبت باشد. پارامترهایی از این قبیل را می‌توان با دقتی معمول از نمونه احتمالاتی به کمک آنچه بدان رویکرد طرح مبنا گفته می‌شود، برآورد کرد. از طرف دیگر هاینینگ (۱۹۹۰) نوعی نمونه‌گیری را برای بررسی ساختار همبستگی براساس تغییرنگار یا هم‌تغییرنگار، مطرح کرده است، که بخش دیگر اهداف نمونه‌گیری فضایی را تشکیل می‌دهد. هدف دیگر مطالعه، علاوه بر پارامترهای جامعه، می‌تواند پیشگویی فضایی باشد. نمونه‌گیری فضایی با طراحی شبکه‌های سنجش نیز در ارتباط است. برای مثال برای تغییر

---

[۱] Kriging

محل ایستگاه‌های سنجش آلودگی هوا، باران سنجی، سنجش سطوح ازون در یک شهر، مکان‌یابی پارک‌ها، ایستگاه‌های آتش نشانی یا توزیع فضایی ایستگاه‌های پلیس برای امنیت بیشتر شهر، از مدل آماری استفاده می‌شود. در واقع در چنین رویکرد استنباطی که بدان مدل مبنا گفته می‌شود، هدف تعیین طرح بهینه به منظور پیشگویی در موقعیت‌ها یا نواحی فاقد مشاهده، برآورد پارامترهای تابع کوواریانس فضایی، برآورد ضرایب رگرسیونی روند یا پوشش مناسب نمونه‌ای است. بنابراین اهداف مطالعه نقش بسزایی در تعیین طرح نمونه‌گیری مناسب دارند، که ممکن است در مسئله دیگر کاملاً متفاوت باشد. در این مقاله با استفاده از مفهوم نمونه متعادل در نمونه‌گیری کلاسیک و بکارگیری آن در نمونه‌گیری فضایی نمونه‌ای بهینه بدست آورده می‌شود. برای دستیابی به نمونه متعادل از تکنیک روش مکعبی استفاده شده است و در انتها روش نمونه‌گیری فضایی متعادل با نمونه‌گیری تصادفی ساده بر اساس ملاک میانگین توان دوم خطای کریگیدن مقایسه می‌شود.

۲ نمونه‌گیری متعادل

در نمونه‌گیری کلاسیک برای متغیر پاسخ Y، چنانچه متغیر کمکی مانند Z وجود داشته باشد، یتس (۱۹۴۶) برای ارتقا کیفیت طرح نمونه‌گیری نمونه متعادل را معرفی کرد، که در آن نمونه‌ای از تحقق‌های متغیر پاسخ Y بر روی متغیرکمکی Z، متعادل نامیده می‌شود هرگاه مقادیر z به گونه‌ای انتخاب شوند که میانگین نمونه‌ای آن‌ها دقیقاً برابر مقدار واقعی میانگین جامعه Z باشد. رویال و هرسون (۱۹۷۳) شرط قوی‌تر انطباق گشتاورهای اول نمونه‌ای Z با گشتاورهای جامعه متناظرشان را مطرح کردند. بینش نهفته در پس این متعادل‌سازی، این است که با انطباق گشتاورهای نمونه‌ای Z با گشتاورهای جامعه، تعادلی تقریبی روی Y ایجاد شود، تا نمونه متعادل انتخابی یک نمونه معرف بهتر از نمونه‌های متعارف مستخرج از جامعه هدف باشد. در واقع نمونه‌ای معرف نامیده می‌شود که منعکس کننده جامعه در تمام ابعاد مورد نظر باشد به نحوی که نتایج حاصل از نمونه با نتایج حاصل از کل جامعه تقریباً همسان شوند (هایک، ۱۹۸۱). با این تعریف می‌توان با متعادل کردن نمونه، به یک نمونه معرف دست یافت.

فرض کنید جامعه مورد نظر شامل N واحد آماری $U = \{1, \ldots, N\}$ و اطلاعات آن که معمولاً مقادیر تجمعی متغیرهای مورد بررسی است، به صورت $t_y = (y_1 + \ldots + y_N) = \sum_{k \in U} y_k$ نشان داده شوند. در نمونه‌گیری احتمالاتی، که انتخاب نمونه براساس احتمالات انجام می‌شود، احتمال انتخاب واحد u_k از جامعه به عنوان عضو نمونه عدد مشخص مثبت π_k است، که احتمال شمول u_k نامیده می‌شود. بدیهی است مجموع احتمالات شمول برای کلیه واحدهای جامعه برابر با اندازه نمونه انتخابی است.

۱.۲ روش مکعبی در استخراج نمونه متعادل

روش مکعبی یکی از روش‌های مرسوم برای دست‌یابی به نمونه‌ی متعادل، با چند متغیر کمکی و با احتمال شمول متفاوت است. این روش شامل دو مرحله فراز و فرود است. در مرحله فراز قیدهای تعادل همواره برقرار هستند، به این صورت که مجموعه‌ای از نمونه‌ها در نظر گرفته می‌شود که همگی آن‌ها شرط تعادل را برقرار می‌کنند، اما در این نمونه‌ها اعضای جامعه به صورت کامل در نمونه قرار نمی‌گیرند. به عنوان مثال، چنانچه هدف انتخاب یک نمونه با اندازه ۲ از یک جامعه با ۴ عضو باشد. ممکن است یکی از نمونه‌ها در مرحله فراز به صورت نیمی از تمامی اعضای جامعه باشد یعنی $\frac{1}{2}$ از واحد اول و $\frac{1}{2}$ از واحد دوم و $\frac{1}{2}$ از واحد سوم

و $\frac{1}{4}$ از واحد چهارم که شرط تعادل را محقق می‌سازد. سپس با روشی کاملاً تصادفی یکی از نمونه‌ها که شرط تعادل را محقق می‌سازد، انتخاب می‌شود. در این مرحله چنانچه نمونه انتخاب شده به شکلی باشد که تمامی واحدهای قرار گرفته در آن به صورت کامل باشد، نمونه متعادل مورد نظر انتخاب شده و نمونه‌گیری به پایان خواهد رسید. اما چنانچه واحدی در نمونه وجود داشته باشد که به صورت کامل در نمونه قرار نگرفته باشد، الگوریتم نمونه‌گیری وارد مرحله بعد می‌شود. در مرحله بعدی، یعنی مرحله فرود با توجه به احتمال شمول هر یک از اعضای جامعه اعضای نمونه‌ای که به‌صورت کسری در نمونه قرار گرفته‌اند به یکی از مقادیر یک (یعنی حضور در نمونه) یا صفر(یعنی عدم حضور این عضو در نمونه) تبدیل می‌شود. هدف این است که برای همه احتمال شمول‌ها این کسرها به طور تصادفی به ۰ یا ۱ گرد شوند تا در نهایت به اندازه تعداد حجم نمونه، عضو کامل به دست آید در این مرحله یعنی مرحله فرود، لزوماً شرط تعادل به‌طور کامل برقرار نمی‌شود، بلکه تنها تعادلی نسبی روی متغیرهای کمکی ایجاد می‌کند.

۳ کریگیدن

به طور معمول با فرض مانایی ذاتی میدان تصادفی، معلوم بودن ساختار همبستگی فضایی در قالب تغییرنگار $2\gamma(h)$ و در نظر گرفتن تابع زیان درجه دوم، بهترین پیش‌گویی خطی در موقعیت دلخواه s_0 بر اساس مشاهدات $Z=(Z(s_1),\dots,Z(s_n))$ تحت عنوان کریگیدن عادی به صورت ترکیب خطی

$$\hat{Z}(s_0)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i Z(s_i)=\lambda' Z$$

تعریف می‌شود و با مینیمم کردن میانگین توان‌های دوم خطای پیشگو، یعنی $E(Z(s_0)-\hat{Z}(s_0))^2$ ضرایب آن به صورت

$$\hat{\lambda}'=(\lambda+\underline{1}\frac{1-\underline{1}'\Gamma^{-1}\gamma}{\underline{1}'\Gamma^{-1}\underline{1}})\Gamma^{-1}$$

حاصل می‌شود، که در آن $\gamma=(\gamma(s_0-s_1),\dots,\gamma(s_0-s_n))$ و $\Gamma_{n\times n}=(\gamma(s_i-s_j))$. واریانس این پیشگو که بیانگر دقت آن است نیز به صورت

$$\hat{\sigma}_K^2(s_0)=(\lambda'\Gamma^{-1}\gamma+\frac{(1-\underline{1}'\Gamma^{-1}\gamma)^2}{\underline{1}'\Gamma^{-1}\underline{1}})$$

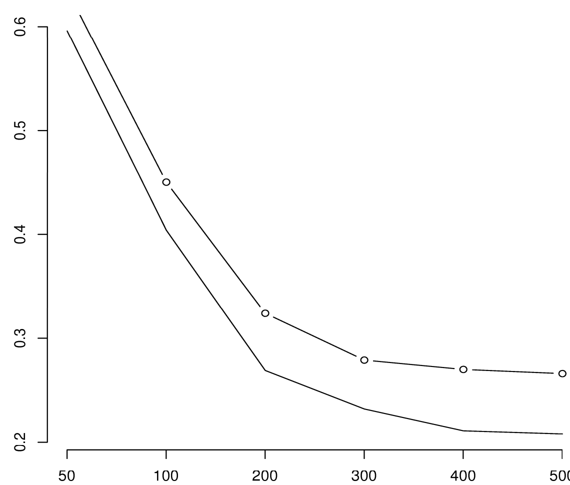
محاسبه می‌شود، که در آن $\underline{1}$ برداری n بعدی با درایه‌های یک است.

در روش کریگیدن برای پیشگویی فضایی در یک موقعیت مشخص، به مشاهدات واقع در موقعیت‌های نزدیک‌تر وزن بیشتر و به مشاهدات دورتر وزن کمتری داده می‌شود و وزن‌ها به‌گونه‌ای انتخاب می‌شوند که میانگین توان دوم خطای پیشگو مینیمم شود.

۴ طرح نمونه‌گیری فضایی متعادل

چنانچه با رویکرد فضایی به طرح نمونه‌گیری متعادل نگاه شود و موقعیت‌های واحدهای آماری به صورت $U = \{s_1, \ldots, s_N\}$ در نظر گرفته شوند، شرط تعادل فضایی برای گشتاور اول به صورت $\sum_{s_k \in U} \frac{X_{s_k} C_{s_k}}{\pi_{s_k}} = \sum_{s_k \in U} X_{s_k}$ و برای گشتاور mام نیز به صورت $\sum_{s_k \in U} \frac{X^m_{s_k} C_{s_k}}{\pi_{s_k}} = \sum_{s_k \in U} X^m_{s_k}$ تعریف می‌شوند.

اگر متغیرهای کمکی X_1 طول جغرافیایی، X_2 عرض جغرافیایی و X_3 ارتفاع واحدهای جامعه در نظر گرفته شوند، می‌توان با متعادل کردن براساس این متغیرهای کمکی به نمونه‌های بهینه متعادل رسید. وقتی متغیرهای کمکی موقعیت‌های فضایی در نظر گرفته شوند، نمونه‌ای متعادل فضایی نامیده می‌شود که گشتاورهای فضایی مختصات موقعیت‌های نمونه‌ای بر گشتاورهای فضایی جامعه منطبق باشند. گشتاورهای فضایی مرتبه اول (کرانیگاه) و گشتاورهای فضایی مرتبه دوم (اینرسی) مشابه با ماتریس کوواریانس است و نظم شکل ناحیه مورد مطالعه یا نظم الگوی نقاط نمونه‌ای را اندازه می‌گیرند (دوبی و همکاران ۲۰۰۸). نمونه‌گیری متعادل فضایی، عناصر نمونه‌گیری سیستماتیک و تصادفی ساده را با یکدیگر ترکیب می‌کند. در این روش موقعیت‌ها به طور تصادفی انتخاب می‌شوند به گونه‌ای که پوشش کامل روی جامعه را تضمین می‌نماید.



شکل ۱: مقادیر میانگین توان دوم خطای کریگیدن با نمونه‌گیری تصادفی ساده (خط نقطه) و نمونه‌گیری متعادل (خط ممتد)

۵ مطالعات شبیه‌سازی

برای مقایسه نمونه‌گیری متعادل با روش‌های مرسوم مورد استفاده در نمونه‌گیری فضایی، یک ناحیهٔ مشبکه‌ای 100×100 بوسیله تابع $expand.grid$ از کتابخانه $gstat$ در نرم‌افزار R ساخته شد و با در نظر گرفتن تغییرنگار کروی که نیم‌تغییرنگار آن به‌صورت

$$\gamma(h)=\begin{cases} c_\circ + c\left(\frac{۳}{۲}\frac{\|h\|}{a}-\frac{۱}{۲}\frac{\|h\|^۳}{a^۳}\right) & \circ<\|h\|\le a \quad h\in R^d,\ d=۱,۲,۳ \\ c_\circ + c & \|h\|>a \end{cases}$$

است. مقدار پارامترهای مدل با اندازه ۰/۹، دامنه ۲۰ و اثر قطعه‌ای ۰/۰۵ مقدار متغیر مورد نظر در ۱۰۰۰۰ گره با تابع $gstat$ شبیه‌سازی شد. در مرحله بعد با فرض اینکه این ۱۰۰۰۰ گره مکان‌های قرارگیری متغیر مورد بررسی در یک ناحیه ۱۰۰ × ۱۰۰ است مقادیر دیگری به عنوان ارتفاع این نقاط بگونه‌ای شبیه‌سازی شد، که میزان همبستگی بین مقادیر مورد بررسی و ارتفاع آن حداقل ۰/۴ باشد. سپس با روش نمونه‌گیری تصادفی ساده تعداد ۵۰،۱۰۰،۲۰۰،۳۰۰،۴۰۰و۵۰۰ نمونه از اعضای جامعه گرفته شد و بر اساس نمونه‌های گرفته شده بقیه نقاط با روش کریگیدن پیشگویی شده است.

در مرحله بعد با در نظر گرفتن عرض جغرافیایی، توان دوم عرض جغرافیایی، طول جغرافیایی، توان دوم طول جغرافیایی و همچنین ارتفاع نقاط به عنوان متغیرهای کمکی، با استفاده از روش مکعبی نمونه متعادل براساس این ۵ متغیر کمکی ساخته شده است. لازم به ذکر است از آنجایی که روش مکعبی همواره نمونه‌ای با تعادل کامل را نتیجه نمی‌دهد، برای هر نمونه‌ای که گزارش می‌دهد معیاری به نام هزینه تعادل بیان می‌کند که هرچه، این مقدار به صفر نزدیکتر باشد نمونه حاصل به تعادل کامل رسیده است. به این دلیل الگوریتم نمونه‌گیری مکعبی تا آنجایی تکرار می‌شود که این هزینه تعادل بر متغیرهای کمکی به‌حداکثر ۰/۰۱ برای هر یک از متغیرهای کمکی برسد. در این مرحله با در نظر گرفتن میانگین توان دوم خطای پیشگویی به عنوان ملاکی برای تشخیص نمونه بهینه، این معیار برای همه نمونه‌های گرفته شده محاسبه شده و مقادیر آن در شکل ۱ نمایش داده شده است. همانگونه که در شکل ۱ نمایش داده شده است مقدار میانگین توان دوم خطای پیش‌گویی برای نمونه‌های متعادل همواره کمتر از مقدار مشابه آن در نمونه‌های تصادفی بوده است.

۶ بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از روش مکعبی نمونه‌ای متعادل ساخته شد و مقادیر میانگین خطای توان دوم پیش‌گویی نقاط در شکلی نمایش داده شده است. در مطالعه شبیه‌سازی ملاحظه شد که نمونه‌گیری فضایی متعادل واحدهای نمونه را با پراکندگی بیشتری نسبت به نمونه‌گیری فضایی تصادفی ساده انتخاب می‌کند، که می‌تواند دلیلی برای کاهش خطای ناشی از پیش‌گویی باشد. از اینرو طرح‌های نمونه‌گیری متعادل به منظور پیش‌گویی، در عمل بهتر از روش‌های معمول نمونه‌گیری فضایی (نمونه‌گیری تصادفی ساده) عمل می‌کند.

از طرف دیگر متعادل کردن متغیر کمکی ارتفاع که بامتغیر پاسخ همبستگی دارد، باعث می‌شود تا اعضای نمونه با ارتفاع های متفاوت در نمونه قرار گیرد و همین موضوع می‌تواند دلیل دیگری برای کاهش خطای پیش‌بینی باشد.
در این مقاله با فرض آن که پارامترهای تابع همبستگی معلوم باشد روش‌های نمونه‌گیری فضایی متعادل و نمونه‌گیری تصادفی ساده مورد مقایسه قرار گرفتند. اما هنگامی که این پارامترها نامعلوم باشند دیگر نمی‌توان از این روش استفاده کرد و طرح نمونه‌گیری با رویکرد برآورد پارامترهای همبستگی قابل بررسی خواهد بود.

مراجع

محمدزاده، م. (۱۳۹۱)، آمار فضایی و کاربردهای آن ،مرکز نشر آثار علمی ، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

Cressie, N. (1993), *Statistics for Spatial Data*, Revised edition, John Wiley, New York.

Ansley, C. F. and Kohn, R. (1983), Exact Likelihood of Vector Autoregressive Moving Average Process with Missing or Aggregated Data, *Biometrika*, **70**, 275-278.

Chauvet, G. and Tille, Y. (2006), *A Fast Algorithm of Balanced Sampling*, To appear in Journal of Computational Statistique, INSEE.

Cochran, W. G. and Waston, D. J. (1936), Empire J. Exp. *Agric*, **4**, 69-76.

Sarndal, C. E. and Swensson, B. and Wretman, J.(1992), *Model Assisted Survey Sampling*, Springer, New York.

Tille, Y. and Matei, A. (2005), *The R Package Sampling*, The Comprehensive R Archive Network, http: //cran. R- project. org/, Manual of the Contributed Packages.

Yates, F. (1934- 1935), Ann. *Eugenics*, **6**, 202- 213.

Royall, R. M. (1976), Likelihood Functions in Finite Population Sampling Theory, *Biometrika*, **63**, 605- 614.

Royall, R. M. (1994), Discussion of "Sample Surveys 1975- 1990; An Age of Reconciliation?" by T.M. F. Smith. *International Statistical Review*, **62**, 19- 21.

McBratney, A. B. and Webster, R. (1981), Detection of Ride and Furrow Pattern by Spectral Analysis of Crop Yield, *International Statistic Review*, **49**, 45-52.

Hedayat, A.S. and Majumdar, D. (1995), Generating Desirable Sampling Plans by the Technique of Trade-off in Experimental Design, *Journal of Statistical Planning and Inference*, **44**, 237-247.

Stevens, Jr., D.L., and A.R. Olsen, (2004), Spatially-balanced Sampling of Natural Resources, *Journal of the American Statistical Association*, **99**, 262-277.

Dessard, H. Bar-Hen, A. (2005), Experimental Design for Spatial Sampling Applied to the Study of Tropical Forest Regeneration, *Canadian Journal of Forest Research- Revue Canadienne De RechercheForestiere*, **35**, 1149-1155.

Dobbie,M. and Henderson, B. and Stevens, D. (2008), Sparse Sampling: Spatial Design for Monitoring Stream Networks, *Statistics*, **45**, 113-153.

Salehi, M. (2004), Optimal sampling design under a spatial correlation model, *Journal of Statistical Planning and Inference*, **118**, 9-18.